

Часть 1

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 51

Инструкция по выполнению работы

На выполнение заданий варианта КИМ по математике даётся 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 21 задание.

Часть 1 содержит 10 заданий (задания В1–В10) базового уровня сложности, проверяющих наличие практических математических знаний и умений.

Часть 2 содержит 11 заданий (задания В11–В15 и С1–С6) базового, повышенного и высокого уровней по материалу курса математики средней школы, проверяющих уровень профильной математической подготовки.

Ответом к каждому из заданий В1–В15 является целое число или конечная десятичная дробь. При выполнении заданий С1–С6 требуется записать полное решение и ответ.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручки.

При выполнении заданий Вы можете пользоваться черновиком. Обращаем Ваше внимание, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы.

Советуем выполнять задания в том порядке, как они даны. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если после выполнения всей работы у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

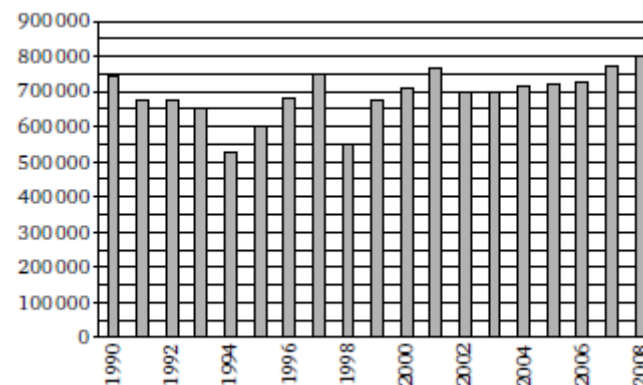
Желаем успеха!

Ответом к заданиям этой части (В1–В10) является целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки, без пробелов. Каждую цифру, знак минус и запятую пишете в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерения писать не нужно.

В1 В кафе действует правило: на ту часть заказа, которая превышает 1000 рублей, действует скидка 25%. После игры в футбол студенческая компания из 20 человек сделал в кафе заказ на 3400 рублей. Все платят поровну. Сколько рублей заплатит каждый?

В2 В доме, в котором живет Маша, 9 этажей и несколько подъездов. На каждом этаже находится по 4 квартиры. Маша живет в квартире №130. В каком подъезде живет Маша?

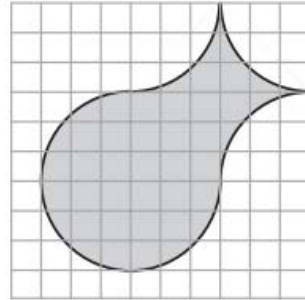
В3 На диаграмме показано, сколько автомобилей ВАЗ было произведено за каждый год с 1990 по 2008. По горизонтали указываются годы, по вертикали—количество автомобилей, произведенных за год. Определите по диаграмме, какое наибольшее количество автомобилей в год было произведено в период с 1990 по 2000 год.



B4 В магазине одежды объявлена акция: если покупатель приобретает товар на сумму свыше 10000 руб., он получает скидку на следующую покупку в размере 10%. Если покупатель участвует в акции, он теряет право возвратить товар в магазин. Покупатель Б. хочет приобрести куртку ценой 9300 руб., рубашку ценой 1800 руб. и перчатки ценой 1200 руб. В каком случае Б. заплатит за покупку меньше всего:

- 1) Б. купит все три товара сразу.
- 2) Б. купит сначала куртку и рубашку, а потом перчатки со скидкой.
- 3) Б. купит сначала куртку и перчатки, а потом рубашку со скидкой.

В ответ запишите, сколько рублей заплатит Б. за покупку в этом случае

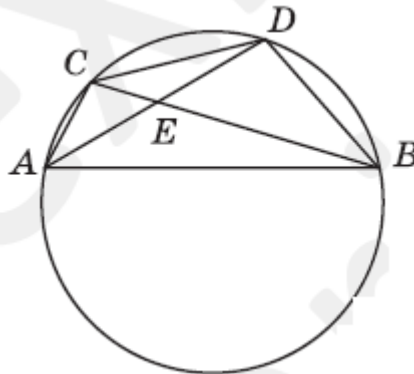


B5 Найдите площадь фигуры, изображенной на рисунке, считая стороны квадратных клеток равными 1.

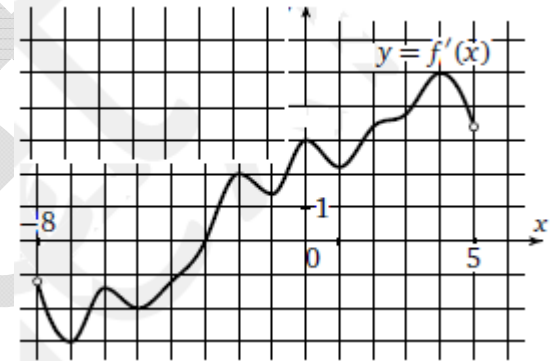
B6 Лампы определенного типа выпускают только два завода. Среди продукции первого завода 2% бракованных ламп, среди продукции второго—3%. Известно, что при случайном выборе вероятность купить неисправную лампу этого типа равна 0,024. Найдите вероятность того, что случайно выбранная лампа произведена на первом заводе.

B7 Решите уравнение: $\frac{1}{2x} + \frac{1}{3x} = \frac{1}{12}$

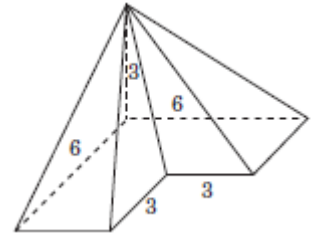
B8 На рисунке $AB=8$, $BE=6$, $DE=3$. Найдите CD .



B9 На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-8; 5)$. В какой точке отрезка $[0; 4]$ функция $f(x)$ принимает наименьшее значение?



B10 Найдите объем пирамиды, изображенной на рисунке. Ее основанием является многоугольник, соседние стороны которого перпендикулярны, а одно из боковых ребер перпендикулярно плоскости основания и равно 3.



Часть 2

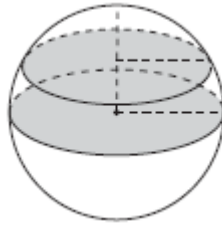
Ответом к заданиям этой части (B11–B15) является целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки, без пробелов. Каждую цифру, знак минус и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерения писать не нужно.

B11 Найдите значение выражения: $8\text{tg} \frac{7\pi}{3} \cdot \text{tg} \frac{11\pi}{6}$

B12 Камнеметательная машина выстреливает камни под некоторым острым углом к горизонту с фиксированной начальной скоростью. Траектория полёта камня в системе координат, связанной с машиной, описывается формулой $y = ax^2 + bx$

$a = -\frac{1}{100} \text{ м}^{-1}$ $b = \frac{7}{10}$ — постоянные параметры, x (м)— смещение камня по горизонтали, y (м)—высота камня над землёй. На каком наибольшем расстоянии (в метрах) от крепостной стены высотой 9 м нужно расположить машину, чтобы камни пролетали над стеной на высоте не менее 1 метра?

B13 Площадь сечения шара плоскостью, проходящей через его центр, равна 16. Найдите площадь сечения этого шара плоскостью, отстоящей от его центра на расстояние, равное половине радиуса.



B14 Два бегуна одновременно стартовали в одном направлении из одного и того же места круговой трассы. Спустя один час, когда одному из них оставался 1 км до окончания первого круга, ему сообщили, что второй бегун прошел первый круг 5 минут назад. Найдите скорость первого бегуна, если известно, что она на 2 км/ч меньше скорости второго.
 Ответ дайте в км/ч.

B15 Найдите наименьшее значение функции

$$y = \frac{x^2 - 8x + 64}{x}$$

на отрезке $[-16; -4]$

Для записи решений и ответов на задания C1–C6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (C1, C2 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ.

C1 а) Решите уравнение $8 \sin x \cos^3 x - 2 \sin 2x - 2 \cos^2 x + 1 = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-\frac{3\pi}{2}; -2\right]$.

C2 В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ проведена секущая плоскость, содержащая диагональ AC_1 , так, что сечение – ромб. Найдите площадь сечения, если $AB = 3$, $BC = 2$ и $AA_1 = 5$.

C3 Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} \frac{x+1}{x^2+x+1} - 2 \leq \frac{4}{x-1} \\ (x+2)\sqrt{x^2+7x+6} \geq 0 \end{cases}$$

C4 В треугольнике KLM угол L тупой, а сторона KM равна 6. Центр O окружности, проходящей через вершины K, M и точку пересечения высот треугольника KLM лежит на окружности, описанной около треугольника KLM.

а) Докажите, что угол KOM равен 120°

б) Найдите радиус окружности, описанной около треугольника KLM

C5 Найдите все значения параметра a такие, что каждый корень уравнения

$$2x^4 - \frac{4}{3}a^3 = 7a^2 + 6a - 162 \sin |x|$$

является корнем данного уравнения только при одном значении параметра.

C6 В строку подряд написано 1000 чисел. Под каждым числом a первой строки напишем число, указывающее, сколько раз число a встречается в первой строке. Из полученной таким образом второй строки аналогично получаем третью: под каждым числом второй строки пишем, сколько раз оно встречается во второй строке. Затем из третьей строки так же получаем четвертую, из четвертой — пятую, и так далее.

а) Докажите, что некоторая строчка совпадает со следующей.

б) Докажите, что 11-я строка совпадает с 12-й.

в) Приведите пример такой первоначальной строчки, для которой 10-я строка не совпадает с 11-й.